

# Gráficos de Controle $\bar{X}$ e S com tamanho de amostra variável e análise de capacidade para dados não-normais: um estudo aplicativo

Danilo Cuzzuol Pedrini<sup>1</sup>  
Carla Schwengber ten Caten<sup>2</sup>

## Resumo

O presente artigo apresenta uma proposição de um método para aplicação de cartas de controle  $\bar{X}$  e S com tamanhos de amostras variáveis e o cálculo de índices de capacidade para dados não-normais em um processo industrial. Quando o tamanho das amostras varia, utilizam-se médias e desvios-padrão ponderados, tendo o tamanho de cada amostra como pesos para estimar a média e o desvio-padrão gerais do processo, respectivamente. Para esse caso, as cartas de controle apresentam uma particularidade: os limites de controle são descontínuos, sendo calculados para cada amostra dependendo de seu tamanho. O presente trabalho também faz uma análise de capacidade do processo, utilizando, para isso, índices de capacidade para dados não-normais. O método proposto foi aplicado em uma indústria do setor metalúrgico.

**Palavras-chave:** gráficos de controle  $\bar{X}$  e S, tamanho de amostra variável, índices de capacidade para dados não-normais.

## Abstract

This article presents a method for application of variable sample size  $\bar{X}$  and S control charts and calculation of process capability indices for non-normal distributions in a industrial process. When sample size varies, the process mean and standard deviation should be estimated through weighted average of each sample, using the sample size as weight. For this case the control charts have a particularity: the control limits are discontinuous, being calculated for each sample depending on its size. The present work has also calculated the process capability indices for the process. The proposed method was applied in a metallurgical industry.

**Keywords:**  $\bar{X}$  and S control charts, variable sample size, non-normal capability indices.

<sup>1</sup> Engenheiro de Produção, Mestrando em Engenharia de Produção no PPGE/UFGRS. E-mail: danilo@producao.ufgrs.br

<sup>2</sup> Doutora em Engenharia, Professora e Pesquisadora do PPGE/UFGRS, Avaliadora da CAPES – Engenharias III. E-mail: tencaten@producao.ufgrs.br

## 1 Introdução

A qualidade tornou-se um dos mais importantes fatores de decisão dos consumidores na seleção de produtos e serviços. Dessa forma, indústrias necessitam ter controle sobre propriedades e características de seus produtos para, assim, controlar sua qualidade e satisfazer as principais necessidades de seus clientes.

Nesse contexto, o controle estatístico de processo (CEP) é extremamente útil, já que é uma poderosa coleção de ferramentas para a coleta, análise e interpretação de dados, com o objetivo de melhorar a qualidade através da eliminação de causas especiais de variação, podendo ser utilizado para a maioria dos processos (MONTGOMERY, 2004).

Os gráficos de controle de Shewhart destacam-se dentre as ferramentas do CEP, devido, principalmente, à sua simplicidade operacional e à sua efetividade na detecção de problemas no processo (RUNGER & PIGNATIELLO, 1991). A prática comum dos gráficos de controle é a retirada de amostras aleatórias de tamanho  $n$  a cada  $h$  horas e investigar se o processo está ou não sob controle estatístico (COSTA, 1994).

Um processo que está sob controle estatístico tem a capacidade de gerar produtos de maneira consistente e com a mínima variabilidade possível, o que não implica atendimento às exigências ou especificações do produto (MONTGOMERY, 2004).

Logo, é necessário analisar o processo quanto ao atendimento dessas exigências ou especificações do produto de forma a quantificar e a reduzir a variabilidade do processo. Essa análise é vital para a melhoria da qualidade e é chamada de análise da capacidade do processo (MONTGOMERY, 2004).

Para melhorar a efetividade dos gráficos de controle na descoberta de pequenas mudanças no processo, foram propostas algumas modificações nos tamanhos de amostra: a amostragem dupla (*Double Sampling* – DS), amostras com tamanho variável (*Variable Sample Size* – VSS), amostras com intervalos de coleta variáveis (*Variable Sampling Intervals* – VSI) e amostras com tamanho e intervalos de coleta variáveis (*Variable Sample Size and Sampling*

*Intervals* – VSSI). O trabalho de Tagaras (1998) é um bom resumo sobre essas técnicas.

Os gráficos de controle DS consistem basicamente na retirada de duas amostras, mas a segunda só é analisada se a primeira não for suficiente para concluir se o processo está sob controle (DAUDIN, 1992; HE & GRI-GORYAN, 2006).

No caso dos gráficos de controle VSS, o tamanho da amostra é adaptado entre dois valores  $n_1$  e  $n_2$  ( $n_1 < n_2$ ) de acordo com a situação do processo, se este está sob controle estatístico, a próxima amostra será de tamanho  $n_1$ , caso contrário, a próxima amostra será de tamanho  $n_2$  (RUNGER & PIGNATIELLO, 1991; PRABHU *et al.*, 1993; COSTA, 1994).

Nos gráficos VSSI, adaptam-se tanto o tamanho da amostra quanto o intervalo de amostragem, de acordo com a situação do processo: quando este está sob controle, coletam-se amostras pequenas em intervalos grandes e o contrário, quando o processo não está sob controle (PRABHU *et al.*, 1994; COSTA, 1997; LIN & CHOU, 2005; CELANO *et al.*, 2006). Burr (1969) e Nelson (1990) descreveram como estimar a média e o desvio-padrão quando as amostras possuem tamanhos variáveis. Nesses estudos não houve a adaptação dos tamanhos de amostras de acordo com a situação do processo.

Um bom resumo sobre os índices de capacidade é apresentado por Kotz & Johnson (2002). Os índices de capacidade  $C_p$  e  $C_{pk}$  para dados não-normais foram desenvolvidos por Clements (1989), posteriormente Pearn & Kotz (1994) aplicaram o método de Clements para obter as estimativas dos índices  $C_{pm}$  e  $C_{pmk}$ . Alguns estudos posteriores foram desenvolvidos por: Pan & Wu (1997); Pearn & Chen (1997), Pearn *et al.* (1999), Chen & Ding (2001) e Miranda (2005).

O presente trabalho apresenta a utilização dos gráficos de controle  $\bar{X}$  e S com tamanho de amostra variável e o cálculo dos índices de qualidade para dados não-normais em um processo produtivo do setor metalúrgico. Esse estudo justifica-se devido à dificuldade da empresa em coletar amostras de tamanhos constantes na etapa do processo estudada.

## 2 Gráficos de controle $\bar{X}$ e S com tamanho de amostra variável

Segundo Montgomery (2004), os gráficos de controle podem ser classificados em dois tipos gerais: gráficos de controle para variáveis e gráficos de controle para atributos. Dentre os gráficos de controle para variáveis destacam-se as cartas de controle  $\bar{X}$  e S e  $\bar{X}$  e R, que são utilizados para o controle de características de qualidade medidas em escalas numéricas (sendo denominadas de variáveis), quando as amostras possuem tamanho maior que um.

De acordo com Vieira (1999) e Montgomery (2004), utilizam-se os gráficos  $\bar{X}$  e S quando:

a) o tamanho da amostra  $n$  é maior que 10 ou 12, já que, nesses casos, o gráfico R tende a superestimar o desvio-padrão;

b) o tamanho da amostra  $n$  é variável.

Quando o tamanho da amostra não é constante deve-se estimar a média geral através de uma média ponderada das médias amostrais, tendo os tamanhos das diferentes amostras como pesos (BURR, 1969; NELSON, 1990; GRANT & LEAVENWORTH, 1992; MONTGOMERY, 2004):

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad (\text{equação 1})$$

Onde:  $n$  é o tamanho da amostra  $i$ ;

$\bar{X}$  é a média da amostra  $i$ ;

$k$  é o número total de amostras.

Para a estimação do desvio-padrão geral, a literatura oferece três equações principais para o cálculo. Burr (1969) apresentou a seguinte equação:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{c_4} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i) - k}}, \text{ com } c_4 \text{ escolhido}$$

$$\text{para um } n = \left(\sum_{i=1}^k n_i\right) - k + 1. \quad (\text{equação 2})$$

Onde:  $c_4$  é uma constante para o tamanho da amostra;

S é o desvio-padrão da amostra  $i$ ;

Montgomery (2004) apresentou a equação sem a constante  $c_4$ , de forma que as linhas centrais das cartas de controle fiquem constantes:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^k (n_i) - k}}, \text{ com } \hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_{4i}} \quad (\text{equação 3})$$

Uma alternativa melhor que as anteriores é apresentada por Burr (1969):

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^k h_i S_i}{\sum_{i=1}^k h_i} = \frac{\sum_{i=1}^k g_i S_i}{\sum_{i=1}^k h_i},$$

$$\text{onde } h_i = \frac{c_{4i}^2}{1 - c_{4i}^2} \text{ e } g_i = \frac{h_i}{c_{4i}}. \quad (\text{equação 4})$$

Se o desvio-padrão for constante em todas as amostras, a equação 2 fornece uma melhor estimação que a equação 4, mas como a constância do desvio-padrão está sendo testada, a equação 2 pode inflacionar o desvio-padrão, inflacionando, conseqüentemente, os limites de controle e diminuindo a eficiência na detecção de pontos fora de controle (BURR, 1969).

Dessa forma, os limites de controle serão (BURR, 1969):

Gráfico  $\bar{X}$ :

$$LSC_i = \bar{X} + A_1 \hat{\sigma} \quad LC = \bar{X} \quad LIC_i = \bar{X} - A_1 \hat{\sigma} \quad (\text{equação 5})$$

Gráfico S:

$$LSC_i = B_{5i} \hat{\sigma} \quad LC = c_{4i} \hat{\sigma} \quad LIC_i = B_{6i} \hat{\sigma} \quad (\text{equação 6})$$

Onde  $A_1$ ,  $B_{5i}$  e  $B_{6i}$  são constantes tabeladas.

É importante lembrar que as constantes utilizadas devem ser escolhidas de acordo com o tamanho  $n$  de cada subgrupo  $i$ .

Quando as amostras apresentarem tamanhos muito próximos, pode-se utilizar o tamanho médio da amostra ou o tamanho modal das amostras para o cálculo dos limites de controle dos gráficos  $\bar{X}$  e S (GRANT & LEAVENWORTH, 1992; MONTGOMERY,

2004). Uma outra solução apontada por Nelson (1990) é a exclusão aleatória de dados para fazer com que todos os subgrupos tenham o mesmo tamanho da menor amostra, sendo essa alternativa recomendável somente se menos de 10% dos dados tiverem que ser excluídos.

O grande problema dos gráficos de controle  $\bar{X}$  - S com tamanho de amostra variável é que os limites de controle de ambas as cartas de controle e a linha central da carta de controle S não serão constantes, o que pode dificultar a interpretação de seus resultados. Uma observação é que quanto menor o tamanho da amostra, mais largos serão os limites de controle.

### 2.1 Testes de estabilidade

Qualquer processo de produção, independente de quão bem projetado ou mantido ele seja, sempre estará sujeito a uma variabilidade natural ou inerente, que é resultado do efeito cumulativo de muitas causas pequenas e inevitáveis, chamadas de causas comuns. Quando um processo está operando apenas com essas causas comuns, este está sob controle estatístico (MONTGOMERY, 2004).

Para verificar se o processo está sob controle estatístico existem 8 testes para a detecção de pontos fora de controle (NELSON, 1984; MINITAB, 2003):

- a) teste 1: O ponto está localizado acima do LSC ou abaixo do LIC;
- b) teste 2: Presença de nove pontos consecutivos localizados acima ou abaixo da LC;
- c) teste 3: Seis ou mais pontos consecutivos crescentes ou decrescentes;
- d) teste 4: Catorze pontos alternados em uma linha;
- e) teste 5: Dois de três pontos localizados no mesmo lado a dois desvios-padrão acima ou abaixo da LC;
- f) teste 6: Quatro de cinco pontos localizados no mesmo lado a um desvio-padrão acima ou abaixo da LC;
- g) teste 7: Quinze pontos consecutivos localizados, em qualquer lateral, a menos de um desvio-padrão da LC;
- h) teste 8: Oito pontos consecutivos acima ou abaixo, em qualquer lateral, a mais de um desvio-padrão da LC.

Um ponto detectado em pelo menos um dos testes pode estar sob a influência de causas especiais, devendo ser investigado. Caso não existam pontos fora de controle, o processo está sob influência somente de causas comuns, podendo ser considerado como estando sob controle estatístico. Dessa forma, é possível fazer a análise de capacidade do processo.

### 2.2 Análise de capacidade do processo

Os índices de capacidade do processo são úteis para verificar se o processo é capaz de atender às especificações do cliente ou da própria empresa quanto ao atendimento do valor alvo e da variabilidade (MONGOMERY, 2004). É importante salientar que um processo pode estar sob controle estatístico e não atender às especificações, sendo considerado como não capaz.

Segundo MONGOMERY (2004), para a análise de capacidade de processo existem dois pré-requisitos a serem atendidos:

- 1) o processo deve estar sob controle estatístico de qualidade;
- 2) a característica de qualidade deve apresentar distribuição normal.

O índice de capacidade  $C_p$  avalia a capacidade potencial do processo que poderia ser atingida se o processo estivesse centrado. Esse índice obtido pela seguinte equação (RIBEIRO & TEN CATEN, 2001; MONTGOMERY, 2004):

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} \quad (\text{equação 7})$$

Onde: LSE e LIE são os limites superior e inferior de especificação, respectivamente.

Quando o índice  $C_p$  é menor que 1, a variabilidade do processo é maior que a amplitude de especificação, sendo considerado não-capaz.

Para avaliar se o processo é capaz de atender à média e à variabilidade especificada, utiliza-se o índice de capacidade  $C_{pk}$  que é calculado através das equações (MONTGOMERY, 2004):

$$C_{pk} = \min (C_{pi}, C_{ps})$$

$$C_{pi} = \frac{\bar{X} - LIE}{3\hat{\sigma}} \quad \text{e} \quad C_{ps} = \frac{LSE - \bar{X}}{3\hat{\sigma}} \quad (\text{equação 8})$$

Quando o índice  $C_{pk}$  é menor que 1, o processo não está centralizado, ou seja, não é capaz de atender à média especificada e deve ser ajustado.

De acordo com Ribeiro & ten Caten (2001), quando a característica de qualidade for do tipo maior-é-melhor, utiliza-se apenas o índice  $C_{pi}$ . Já para características de qualidade do tipo menor-é-melhor avalia-se a capacidade do processo através do índice  $C_{ps}$ .

Um outro índice eficiente para a análise do processo é o índice  $C_{pm}$  que avalia quão próximo se está do valor alvo do processo, sua equação é (MONTGOMERY, 2004):

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{S^2 + (\bar{X} - \mu_0)^2}} \quad (\text{equação 9})$$

Onde:  $\mu_0$  é o valor alvo do processo.

Quando o índice  $C_{pm}$  é maior que 1, o processo está próximo do alvo e a variabilidade está menor que o valor especificado.

### 2.2.1 Análise de capacidade do processo para dados não-normais

Em alguns casos, os dados analisados podem não ser normalmente distribuídos, assim, deve-se utilizar algumas generalizações dos índices de capacidade apresentadas inicialmente por Clements (1989). Segundo Miranda (2005), podem-se fazer as seguintes substituições nos índices de capacidade do processo:

$$\begin{aligned} x_{0,135} &= \mu - 3\sigma \\ x_{50} &= \mu \\ x_{99,865} &= \mu + 3\sigma \\ x_{99,865} - x_{0,135} &= 6\sigma \end{aligned}$$

Onde:  $x_j$  é o percentil de valor  $j$  para a variável  $x$ .

O índice de capacidade  $C'_p$  apresentado por Clements (1989) é:

$$C'_p = \frac{LSE - LIE}{x_{99,865} - x_{0,135}} \quad (\text{equação 10})$$

O índice de capacidade  $C'_{pk}$  é apresentado como (CLEMENTS, 1989):

$$C'_{pk} = \min(C'_{pi}, C'_{ps})$$

$$C'_{pi} = \frac{x_{50} - LIE}{x_{50} - x_{0,135}} \quad \text{e} \quad C'_{ps} = \frac{LSE - x_{50}}{x_{99,865} - x_{50}} \quad (\text{equação 11})$$

Pearn & Chen (1995) *apud* Pearn, Chen, & Lin. (1999) propuseram a modificação do denominador dos índices  $C'_{pi}$  e  $C'_{ps}$ , melhorando a sensibilidade desses índices:

$$C'_{pi} = 2 \cdot \frac{x_{50} - LIE}{x_{99,865} - x_{0,135}}$$

$$C'_{ps} = 2 \cdot \frac{LSE - x_{50}}{x_{99,865} - x_{0,135}} \quad (\text{equação 12})$$

O índice  $C'_{pm}$  é apresentado como (PEARN & KOTZ, 1994):

$$C'_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\left(\frac{x_{99,865} - x_{50}}{6}\right)^2 + (x_{50} - \mu_0)^2}} \quad (\text{equação 13})$$

## 3 Método proposto para aplicação de gráficos de controle

Como comentado anteriormente, o presente estudo apresenta a aplicação dos gráficos de controle  $\bar{X} - S$  em uma etapa de produção de uma liga metálica produzida em uma indústria metalúrgica. Por motivos de sigilo, o nome da empresa e mais informações sobre o processo de produção da mesma são omitidos.

O banco de dados utilizado é composto por 47 amostras e representa dados coletados em abril de 2007, sendo referente à produção da liga metálica C. Primeiramente, formata-se o banco de dados com a utilização do Excel. O banco de dados formatado é exportado para o software Minitab 14 (versão Demo), que será utilizado para as análises estatísticas e a plotagem dos gráficos.

Devido a características do processo, é possível que o teor de silício seja correlacionado com os teores dos outros componentes da liga metálica, assim, devem ser testadas, ao nível de significância de 5%, as correlações entre os teores de silício e dos outros componentes da liga metálica. Caso a correlação entre o teor de silício e um outro componente da liga não seja significativa, opta-se por monitorar o processo utilizando-se cartas de controle univariadas.

Assim, também é possível que o teor de silício seja autocorrelacionado. Como a etapa anterior do processo pode ser realizada por seis fornos, deve ser testada a hipótese, adotando-se um nível de significância de 5%, de que o teor de silício pode estar autocorrelacionado com teores de seis processamentos anteriores.

Para o cálculo dos limites de controle dos gráficos, não se recomenda utilizar a solução apresentada por Nelson (1990) de excluir aleatoriamente os dados até o limite de 10%, por se considerar que as informações perdidas nos dados excluídos sejam muito importantes para a definição do estado do processo.

Assim, se a maior amostra for, no máximo, duas vezes o tamanho da menor amostra, adota-se a sugestão de Grant & Leavenworth (1992) de utilizar o tamanho médio (ou o modal) das amostras. Dessa forma, o procedimento para a estimação dos limites de controle é igual ao procedimento utilizado no caso das amostras terem tamanhos iguais, com as constantes sendo selecionadas de acordo com o tamanho médio (ou o modal) das amostras.

Caso a diferença entre os tamanhos das amostras seja muito grande, adota-se a sugestão de Burr (1969), ou seja, utilizam-se a média e o desvio-padrão gerais estimados pelas equações 1 e 4, respectivamente.

Para o estudo de estabilidade dos gráficos de controle  $\bar{X}$  e  $S$ , adota-se os 8 testes de estabilidade disponíveis no *software* Minitab (MINITAB, 2003). Os pontos que foram reprovados em algum desses 8 testes estão fora de controle, sendo necessária a verificação das possíveis causas especiais responsáveis pela variação em cada ponto. Se as causas forem detectadas, esses pontos serão desconsiderados no cálculo

de novos limites de controle. Caso não existam pontos fora de controle, pode-se afirmar que o processo está sob controle estatístico.

No presente estudo, um ponto situado acima da linha superior de controle (LSC) indica que o processo estudado teve um desempenho abaixo do esperado e deve ser investigado. Embora um ponto localizado abaixo da linha inferior de controle (LIC) seja um indício de uma melhoria temporária do processo, esse deve ser identificado a fim de se detectar suas causas especiais e futuramente melhorar o processo.

Caso o processo esteja sob controle estatístico, podem-se calcular os índices de capacidade  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$  para avaliar se o processo é capaz de atender às necessidades dos clientes. Mas, antes do cálculo dos índices de capacidade, deve-se testar a normalidade dos dados. No presente trabalho, adota-se a estatística de teste de Kolmogorov-Smirnov, com um nível de significância de 5%.

Se os dados forem normalmente distribuídos, devem-se adotar as equações 7, 8 e 9 para o cálculo dos índices de capacidade. Caso contrário, devem-se utilizar as equações 10, 11 e 12 para estimar os índices de capacidade.

#### 4 Aplicação do método

O processo metalúrgico estudado produz três diferentes tipos de ligas metálicas (aqui chamadas de ligas *A*, *B* e *C*) que são matérias-primas para a produção de alguns tipos de aço. As ligas *A* e *B* podem ser produzidas nos fornos F1 a F6, e a liga *C* só pode ser produzida no equipamento G. A principal matéria-prima da liga *C* é a liga *A*: o processo realizado no equipamento G consiste basicamente na redução do teor de um dos componentes da liga, acarretando também na alteração dos teores dos outros componentes.

As razões que impedem a coleta de amostras de tamanhos iguais no equipamento G são a instabilidade do processo e a dificuldade de realizar uma sincronização perfeita entre o equipamento G e os fornos F1 a F6. Assim, o processo apresenta diferentes taxas de produção, ficando muitas vezes esperando os

recursos anteriores acabarem de processar as ligas metálicas *A* ou em manutenção.

A liga metálica *C*, produzida pelo processamento no equipamento *G*, é composta por 5 elementos principais, cujos nomes serão omitidos. A variável a ser estudada é o teor de silício da liga *C*, que é do tipo menor-melhor, apresentando limite máximo de especificação de 10%, ligas com teores superiores a esse valor apresentam preços de venda menores.

Todos os testes para a correlação tiveram valores-*p* menores que o nível de significância adotado, assim, se conclui que os teores de silício da liga metálica *C* não são correlacionados com os teores dos outros componentes da liga.

Também foi testada a autocorrelação do teor de silício com informações de 6 processamentos anteriores, sendo que todos os valores-*p* foram menores que 5%, não sendo estatisticamente significantes.

Os gráficos de controle  $\bar{X}$  e *S* plotados pelo *software* Minitab 14 são apresentados nas figuras 1 e 2, respectivamente.

Através da análise das cartas de controle, é possível ver que o processo não está sob controle estatístico, já que ocorreram pontos fora de controle. Através da análise da figura 1 os testes detectaram as seguintes amostras como estando fora de controle:

- teste 1 (pontos afastados a mais de 3 sigmas da média): amostras 12 e 38;
- teste 2 (9 pontos consecutivos abaixo ou acima da linha central): amostras 29 a 37;

- teste 6 (4 pontos em 5 localizados a mais de 1 desvio da linha central): amostras 24, 25, 26 e 28; amostras 30, 31 e 33 a 35.

Através da análise da figura 2, os testes detectaram as seguintes amostras como estando fora de controle:

- teste 1: amostras 13, 14, 26, 38 e 39;
- teste 2: amostras 28 a 37.

Na seqüência, são apresentadas as possíveis causas especiais que afetaram essas amostras:

- a causa especial para a amostra 12 foi uma menor temperatura do processo *G*;

- as causas especiais de falha das amostras 13 e 14 ocorreram devido às grandes diferenças de teor de silício das ligas *A* produzidas em F1, F2, F3 e F5 (F4 estava produzindo outra liga);

- para as amostras 24, 25, 26 e 28, as ligas *A* produzidas em F5 e F6 estavam com elevados teores de silício e o termômetro de *G* estava danificado, impossibilitando um controle da temperatura do processo;

- para as amostras 29 a 37, as ligas *A* processadas em F2, F3 e F6 estavam com teores de silício abaixo de 9,4%, e o termômetro estava recém calibrado, permitindo um melhor controle da temperatura;

- a causa especial para a amostra 38 foi o processamento em *G* de ligas *A* com teores superiores a 9,7%, provenientes de F3;

- a causa especial da amostra 39 foi a correção dos teores de silício das ligas *A* produzidas em F3.

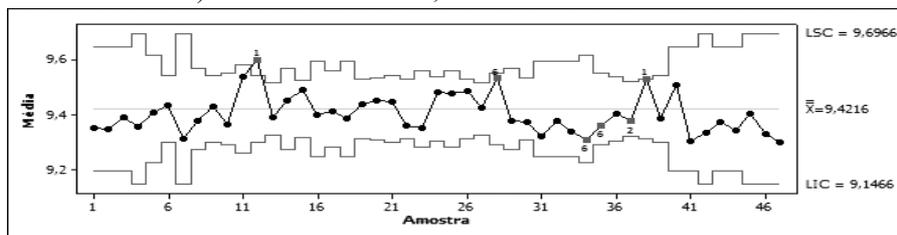


Figura 1 – Gráfico de controle  $\bar{X}$  para o teor de silício da liga *C*

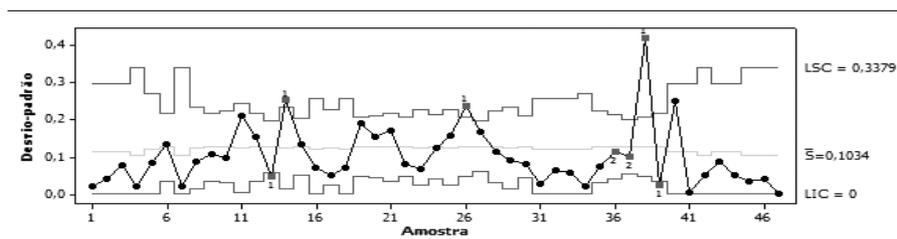


Figura 2 – Gráfico de controle *S* para o teor de silício da liga *C*

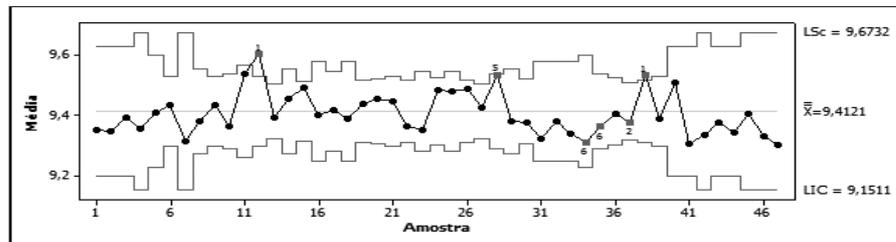


Figura 3 – Gráficos de controle  $\bar{X}$  para o teor de silício da liga C, após a retirada das causas especiais

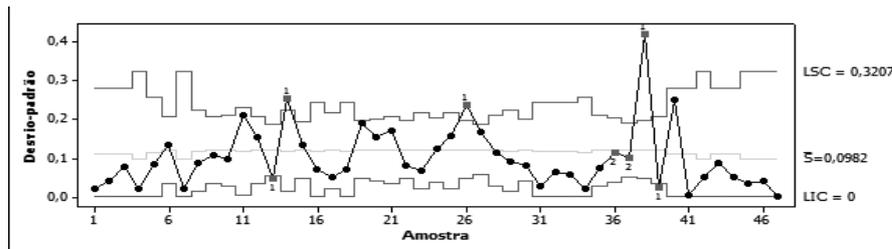


Figura 4 – Gráficos de controle S para o teor de silício da liga C, após a retirada das causas especiais

Como todas as causas especiais foram detectadas, recalculam-se os limites de controle dos gráficos, desconsiderando as amostras que estavam fora de controle. Os novos gráficos  $\bar{X}$  e S, plotados pelo *software* Minitab 14, são mostrados nas figuras 3 e 4, respectivamente.

Pela análise das figuras 3 e 4, é possível ver que não há novos pontos fora de controle, logo, o processo está sob controle estatístico, assim, é possível fazer a análise de capacidade dos dados.

O primeiro passo, antes da análise de capacidade, é testar se os dados são normalmente distribuídos, para isso plota-se no *software* Minitab 14 o gráfico de normalidade e calcula-se o valor  $p$  do teste de Kolmogorov-Smirnov, conforme sugerido por Montgomery (2004).

O valor  $p$  do teste de Kolmogorov-Smirnov é aproximadamente 0,01, logo rejeita-se a hipótese de que o teor de silício é normalmente distribuído. Essa conclusão também pode ser obtida pela análise do gráfico de normalidade da figura 5, em que os dados não se aproximam de uma reta, caracterizando uma distribuição não-normal.

Dessa forma, serão calculados os índices de capacidade para dados não-normais, utilizando-se os percentis dos dados. Como a variável estudada é do tipo menor-melhor, apresentando apenas o limite superior de especificação, pode-se calcular apenas o índice de capacidade  $C'_{ps}$ . Lembrando que o limite superior de especificação do teor de silício da liga C é de 10%, depois de calculados os percentis e a mediana dos dados, chegou-se ao seguinte resultado:

$$C'_{ps} = \frac{10 - 9,37}{9,954 - 9,37} = 1,08$$

Tendo em vista que o valor calculado para o índice de capacidade  $C'_{ps}$  é maior que um, conclui-se que o processo é capaz de atender às especificações do produto quanto ao teor de silício.

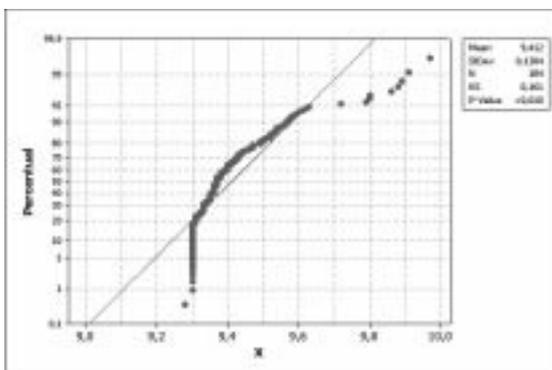


Figura 5 – Gráfico de normalidade para o teor de silício da liga C

## 5 Conclusões

A prática comum dentro das cartas de controle de Shewhart é a coleta de amostras de tamanhos constantes em intervalos fixos de

tempo. No entanto, alguns processos produtivos apresentam restrições que não permitem a coleta de amostras de tamanhos constantes.

Quando os tamanhos das amostras não são constantes e a característica de interesse é uma variável contínua, devem-se utilizar as cartas de controle  $\bar{X}$  e S. Para estimar a média e o desvio-padrão do processo, utilizam-se média e desvios-padrão ponderados, tendo os tamanhos das amostras como ponderações.

Os gráficos de controle  $\bar{X}$  e S apresentam limites de controle variáveis, dependendo do tamanho de cada amostra: quanto menor o tamanho da amostra, mais largos serão os limites de controle.

Após a aplicação do método proposto no estudo, plotaram-se os gráficos de controle  $\bar{X}$  e S uma etapa produtiva do processo de produção de uma liga metálica em uma indústria metalúrgica. Foram identificados alguns pontos fora de controle e, após a investigação das possíveis causas especiais que agiram no processo, calcularam-se novos limites de controle desconsiderando esses pontos. Os novos gráficos de controle plotados não apresentaram nenhuma nova causa especial, logo, o processo foi considerado como estando sob controle estatístico.

Para a análise de capacidade do processo, inicialmente testa-se a hipótese de normalidade dos dados. Como os dados não foram considerados como normalmente distribuídos realizou-se a análise de capacidade do processo, utilizando-se os índices de capacidade não-paramétricos. Tendo em vista que o processo é do tipo menor-melhor, calculou-se apenas o índice  $C'_{ps}$ , que foi igual a 1,08, concluindo-se que o processo é capaz de atender às especificações quanto ao teor de silício da liga metálica C.

## Referências

- BURR, I.W. **Control charts for measurements with varying sample sizes**. Journal of Quality Technology, v. 1, n. 3, p. 163-167, 1969.
- CELANO, G.; COSTA, A.F.B. & FICHERA, S. **Statistical design of with variable sample size and sampling interval  $\bar{X}$  control charts with run rules**. International Journal of Advanced Manufacture Technology, v. 28, p. 966-977, 2006.
- CHEN, J.P. & DIMG, D.G. **A new process capability index for non-normal distributions**. The International Journal of Quality & Reliability Management, v. 18, n. 7, p. 162-170, 2001.
- CLEMENTS, J.A. **Process capability calculations for non-normal distributions**. Quality Progress, v. 22, p. 95-100, September 1989.
- COSTA, A.F.B.  **$\bar{X}$  Charts with variable sample size**. Journal of Quality Technology, v. 26, n. 3, p. 155-163, 1994.
- COSTA, A.F.B.  **$\bar{X}$  Chart with variable sample size and sampling intervals**. Journal of Quality Technology, v. 29, n. 2, p. 197- 204, 1997.
- DAUDIN, J.J. **Double sampling  $\bar{X}$  charts**. Journal of Quality Technology, v. 24, n. 2, p. 78-87, 1992.
- GRANT, E.L. & LEAVENWORTH, R.S. **Statistical Quality Control**. New York: Editora McGraw-Hill, 1992.
- HE, G. & GRIGORYAN, A. **Joint statistical design of double sampling  $\bar{X}$  and S charts**. European Journal of Operational Research, v. 168, p. 122-142, 2006.
- KOTZ, S. & JOHNSON, N.L. *et al.* **Process capability indices – a review, 1992-2000 / Discussion / Response**. Journal of Quality Technology, v. 34, n. 1, p. 2-51, 2002.
- LIN, Y. & CHOU, C. **On the design of variable sample size and sampling intervals  $\bar{X}$  charts under non-normality**. International Journal of Production Economics, v. 96, p. 249-261, 2005.
- MINITAB. **Methods and Formulas**. MINITAB Programa Estatístico, versão 14 para Windows, Pennsylvania: State College, 2003.
- MIRANDA, R.G. **Um modelo para a análise de capacidade de processos com ênfase na transformação de dados**. Florianópolis:

- UFSC, 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. 4.ed, Rio de Janeiro: Editora LTC, 2004.
- NELSON, L.S. **The Shewhart control chart – Tests for Special Causes**. Journal of Quality Technology, v. 16, n. 4, p. 237-239, 1984.
- NELSON, L.S. **Setting up a control chart using subgroups of varying sizes**. Journal of Quality Technology, v. 22, n. 3, p. 245-246, 1990.
- PAN, J.N. & WU, S.L. **Process capability analysis for non-normal relay test data**. Microelectronic Reliability, v. 37, n. 3, p. 421-428, 1997.
- PEARN, W.L. & CHEN, K.S. **Capability indices for non-normal distributions with an application in electronic capacitor manufacturing**. Microelectronic Reliability, v. 37, n. 12, p. 1823-1858, 1997.
- PEARN, W.L. ; CHEN, K.S. & LIN, G.H. **A generalization of Clements' method for non-normal Pearsonian process with asymmetric tolerances**. The International Journal of Quality & Reliability Management, v. 16, n. 5, p. 507-512, 1999.
- PEARN, W.L. & KOTZ, S. **Application of Clements' method for calculating second and third generation process capability indices for non-normal Pearsonian populations**. Quality Engineering, v. 7, n. 1, p. 139-145, 1994.
- PRABHU, S.S.; RUNGER, G.C. & KEATS, J.B.  **$\bar{X}$  chart with adaptive sample sizes**. International Journal of Production Research, v. 31, n. 12, p. 2895-2909, 1993.
- PRABHU, S.S.; MONTGOMERY, D.C. & RUNGER, G.C. **A combined adaptive sample size and sampling interval  $\bar{X}$  control scheme**. Journal of Quality Technology, v. 31, p. 164-176, 1994.
- RIBEIRO, J.L.D. & TEN CATEN, C.S. **Controle Estatístico do Processo**. Série Monográfica Qualidade, Porto Alegre: FEENG/UFRGS, 2001.
- RUNGER, G.C. & PIGNATIELLO, J.J., Jr. **Adaptive sampling for process control**. Journal of Quality Technology, v. 23, n. 2, p. 135-155, 1991.
- TAGARAS, G. **A survey of recent developments in the design of the adaptive control charts**. Journal of Quality Technology, v. 30, n. 3, p. 212-231, 1998.
- VIEIRA, S. **Estatística para a Qualidade: como avaliar com precisão a qualidade em produtos e serviços**. Rio de Janeiro, RJ: Campus, 1999.