

Implantação de uma rede de aferição de equipamentos geodésicos e topográficos¹

Implantation of a gauging network for topographic and geodetic instruments

Vinicius Kuczynski Nunes²

Marcelo Jorge de Oliveira³

Leonard Niero da Silveira⁴

Resumo

O presente artigo versa sobre a implantação de uma rede de aferição de instrumentos topográficos e geodésicos, para que seja possível quantificar e qualificar erros sistemáticos apresentados por tais equipamentos. Nesse caso, há a necessidade de verificação de retificação e de controle sobre a propagação do erro em trabalhos de coleta de dados. Para esse propósito, serão utilizados marcos de centragem forçada não colineares, construídos na área experimental do *campus* da UNIPAMPA, em Itaqui (RS). Com o intuito de se obter dados qualitativos da rede, cada marco foi rastreado por receptores da constelação constituinte do Sistema Global de Navegação por Satélite (*Global Navigation Satellite System - GNSS*). Posteriormente, eles foram pós-processados pelo Posicionamento por Ponto Preciso (PPP), serviço *online* gratuito para pós-processamento absoluto, a fim de se obter as coordenadas geodésicas de cada vértice. Os valores do rastreamento também foram comparados aos dados de ângulos e distâncias (coordenadas polares) que são mensurados, a partir da estação total. A fim de minimizar erros sistemáticos, metodologias dos pares conjugados (direta e inversa) em visadas recíprocas, foram utilizadas. Na sequência, o ajustamento de observações foi aplicado, utilizando-se os Métodos dos Mínimos Quadrados (MMQ) (correlato e paramétrico), sendo que o método paramétrico mostrou-se mais aplicável na rede (menores resíduos). Por fim, os resultados dos ângulos e distâncias ajustadas servem como base para verificação do erro linear e angular, fundamentados nas especificações técnicas do instrumento.

Palavras-chave: Rede de aferição. Topografia. Geodésia.

Abstract

The present paper aims to implant a gauging network for topographic and geodetic instruments, so that it is possible to quantify and qualify the systematic errors presented by such equipment. In this case, there is a need for rectification check and control over error propagation in data collection jobs. For this purpose, non-collinear forced centering frameworks will be used, built in the experimental area of the Unipampa campus, in Itaqui (RS). In order to obtain qualitative data from the network, each landmark was tracked by the constituent constellation receivers from the Global Navigation Satellite System (GNSS). Later that, they were post-processed by Precise Point Positioning (PPP), a free online service for absolute post-processing, in order to obtain the geodetic coordinates of each vertex. The tracking values were also compared to angles and distances data (polar coordinates) that are measured from the total station. In order to reduce systematic errors, conjugated pair method (forward and inverse) in reciprocal views, were used. Afterward, the choice was treated using the Ordinary Least Squares (OLS) (correlated and parametric methods), and the parametric method was shown to be more applicable in the network (smallest residuals). Finally, the results of the adjusted angles and distances serve as basis for checking the linear and angular error, founded on the technical specifications of the instrument.

Keywords: Gauging Network. Topography. Geodesy.

¹ Este artigo é resumo do TCC na Engenharia de Agrimensura e Cartografia pela Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Itaqui, RS, Brasil, defendido em 12.12.2020, sob orientação do Prof. Me. Marcelo Jorge.

² Engenheiro Cartógrafo e Agrimensor pela UNIPAMPA. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5909-086X>. E-mail: vknunes1@gmail.com

³ Mestre em Ciência Florestal/Sensoriamento e Geoprocessamento Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa, MG, Brasil. Professor da UNIPAMPA. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2836-782X>. E-mail: marcelojorge@unipampa.edu.br

⁴ Doutorando em Sensoriamento Remoto pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS e mestre em Geomática pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS. Professor da UNIPAMPA. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1780-135X>. E-mail: leonardsilveira@unipampa.edu.br

1 Introdução

A aferição dos erros sistemáticos na coleta de dados, advindos de equipamentos topográficos e geodésicos, é de suma importância em trabalhos que exigem precisão e acurácia. Com o uso contínuo e exposição ao ambiente (sol, climas extremos e umidade), tais equipamentos tendem a sofrer degradação, independente de sua qualidade. Portanto, é necessário verificar os erros apresentados na coleta de campo e sua influência na qualidade do trabalho realizado.

A verificação dos erros sistemáticos pode ser realizada em redes de marcos geodésicos, por meio de iterações matemáticas. Por meio de parâmetros conhecidos (distâncias e ângulos entre vértices, coordenadas, orientação angular; altitudes, etc.), afere-se os erros sistemáticos, conforme normatizado na NBR 13.133 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994).

A partir da rede de marcos, compararam-se os parâmetros já conhecidos com os parâmetros obtidos. Determinaram-se, assim, erros que influenciam na precisão angular e linear de equipamentos topográficos e geodésicos. Os parâmetros de referência foram obtidos, a partir da coleta de ângulos e distâncias com a utilização de estações totais e por meio de receptores do Sistema Global de Navegação por Satélite (*Global Navigation Satellite System - GNSS*). No entanto, tais dados devem ser ajustados pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) (GRIPP JR., 1998).

Em suma, foi efetuada a comparação dos parâmetros calculados sem ajustamentos nas observações, com ajustamento pelo método paramétrico e pelo método dos correlatos. E, em seguida, validando-se a qualidade das coordenadas obtidas, para diversos fins de aplicação.

2 Justificativa

Os erros estão presentes na rotina profissional das engenharias e são, em muitos casos, inadmissíveis. A implantação de uma rede de aferição de equipamentos topográficos e geodésicos permite, por sua vez, quantificar e qualificar erros (SILVEIRA 2018; TORGE, 2012; VERMEER, 2018).

A partir da escassez de trabalhos na literatura que abordem as redes de aferição e o estudo da topografia de precisão e ajustamento de observações fundamentais para se conhecer a dinâmica de erros grosseiros, sistemáticos e aleatórios – justifica-se que este estudo determine os parâmetros da rede de aferição para quantificar os erros lineares e angulares dos

equipamentos utilizados para tal finalidade. Assim, verificada a necessidade ou não de retificação, conforme as especificações de fábrica, outros equipamentos podem ser aferidos, através dos parâmetros determinados nesta pesquisa. Dessa forma, tais equipamentos permitem determinar dados mais precisos e acurados.

Diante dessas justificativas, a implantação de uma rede de aferição pode contribuir, tanto para manutenção de equipamentos topográficos e geodésicos, quanto para outras aplicações.

O objetivo principal deste trabalho de pesquisa foi implementar uma rede de aferição de instrumentos topográficos e geodésicos. Portanto, inicialmente foi necessário efetuar o rastreamento e processamento dos sinais de satélites para obtenção das coordenadas geodésicas dos vértices. Por meio do levantamento topográfico, obteve-se os ângulos e distâncias horizontais entre os marcos de centragem forçada. Assim, efetuou-se o transporte de coordenadas, através dos ângulos, distâncias e azimutes na projeção Universal Transversa de Mercator (UTM). Em seguida, aplicaram-se os ajustamentos pelo método do MMQ (correlatos e paramétricos). Por fim, comparou-se os dados obtidos entre as metodologias com ou sem ajustamento de observações, de maneira a validar o método de implantação.

3 Revisão de literatura

3.1 Geodésia

Há duas definições de geodésia. A primeira, defendida por Torge (2012), com base nos estudos de Helmert (1880), é o estudo da forma e dimensões da Terra, para fins de mapeamento da superfície terrestre. A segunda, citada por Casaca, Matos e Dias (2000), é defendida como uma disciplina do ramo da geofísica criada, a partir da necessidade de integrar os modelos físicos da Terra aos da geometria convencional.

A partir daí, a geodésia pode ser dividida em três subáreas: geométrica, celeste e física. A geodésia geométrica, determinada por medidas lineares e angulares sobre a superfície terrestre, permite obter coordenadas elipsoidais: latitude (φ) e longitude (λ). Para obtê-las, faz-se necessário conhecer os parâmetros do elipsoide em estudo (GEMAEL, 1999). A geodésia espacial consiste na utilização e observação de corpos celestes artificiais, através de técnicas de trilateração espacial por meio de códigos presentes nas ondas portadoras e efeito doppler. A aplicação da astronomia também está inserida nesse contexto (SILVEIRA, 2018). Por fim, a geodésia física preocupa-se com o

estudo da gravidade e suas aplicações na determinação do desvio da vertical, ondulações geoidais e anomalia da gravidade (GEMAEL, 1999).

3.1.1 Superfícies de referência

Para determinar com precisão uma posição na superfície terrestre, é necessário utilizar um sistema terrestre de referência (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2017). Associa-se a ele um sistema tridimensional, representado por três eixos perpendiculares que interceptam a origem do sistema (CANADA, 1995).

Determinar a figura geral da terra, a partir de técnicas geodésicas clássicas, é complexo, devido ao formato irregular da superfície terrestre, já que as redes presentes não são fortes geometricamente, nem podem ser ligadas entre si, devido aos oceanos estarem entre as redes (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012; VERMEER, 2018). Segundo Vermeer (2018), as técnicas de satélite passaram a fornecer dados precisos, devido ao achatamento dos polos terrestres, explorando a rápida precessão do plano orbital, provocado pelos satélites.

O geóide é o modelo mais aproximado do formato da Terra, definido pelo prolongamento do nível médio dos mares, adentrando os continentes, ou seja, tal modelo é irregular, com parâmetros matemáticos complexos, difíceis de serem calculados (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

Devido à complexidade matemática, dado o formato irregular do geóide, o sistema de referência elipsoidal é mais utilizado para aplicações práticas, pois seu sistema de coordenadas está mais próximo do sistema terrestre (JOHNSON, 2014; SEEBER, 2003). Seguindo o raciocínio de Seeber, adota-se o elipsoide de revolução, como superfície de referência, por rotacionar em torno do seu semieixo menor com um leve achatamento nos polos, diminuindo a complexidade matemática.

3.1.2 Posicionamento por Ponto Preciso (PPP)

O Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) é um serviço *online* gratuito para pós-processamento de dados GNSS, por meio da utilização do programa *Canadian Spatial Reference System Precise Point Positioning* (CSRS – PPP), desenvolvido pela divisão de geodésia da *Natural Research of Canada* (NRCan). Esse serviço permite aos usuários de receptores por GNSS, seja o receptor de uma ou duas frequências, no modo cinemático ou estático, obtenham coordenadas referenciadas ao Sistema de Referência Geocêntrico

para as Américas (SIRGAS 2000) e ao *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF), através de um processamento preciso (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2020).

3.2 Topografia

A topografia é a ciência oriunda da geodésia, pois trabalha com medidas lineares e angulares sobre a superfície terrestre, de maneira que possibilite calcular áreas, volumes, coordenadas, etc. (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012). Sendo assim, a topografia tem como objetivo estudar os instrumentos e a metodologia de levantamento de dados em campo para a representação de uma porção limitada da superfície terrestre, em escala adequada, sem considerar sua curvatura (DOUBECK, 1989; ESPARTEL, 1987; VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

A aplicação da topografia se dá pelo levantamento topográfico que é o seu conjunto de métodos e processos. Por essa metodologia, determina-se a instrumentação adequada e a exatidão exigida, para implantar e materializar pontos de apoio no terreno e, então, obtêm-se as coordenadas topográficas (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994).

De acordo com Veiga, Zanetti e Faggion (2012), o levantamento topográfico pode ser classificado como: planimétrico, altimétrico e planialtimétrico. O levantamento planimétrico consiste em determinar a partir das horizontais dos pontos, desconsiderando a altitude; o altimétrico determina apenas a cota de um ponto ou a diferença de nível entre dois locais da superfície terrestre; já o planialtimétrico é a realização simultânea da planimetria e da altimetria (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

Dessa forma, a topografia permite determinar medidas diretas e indiretas. As medidas diretas são aquelas que, com auxílio de um instrumento, apresentam a medida desconhecida no momento do levantamento (ângulo e distância). Já as medidas indiretas são obtidas, a partir das diretas, normalmente associada à matemática (cálculo de coordenadas, erro presente nas observações, propagação dos erros, entre outros) (GHILANI, 2010).

3.3 SIRGAS 2000 e sistemas de projeção PTL e UTM

Os sistemas de projeção cartográfica são alterações matemáticas com a finalidade de representação de determinados elementos sobre a superfície terrestre para representações planas. A superfície da Terra é irregular, devido a sua curvatura, diferença de densidades, anomalias, entre outras. Qualquer dado obtido

sobre essa superfície, está referenciado a um sistema curvo. Logo, trabalhando-se com coordenadas projetadas a um sistema plano, como as coordenadas UTM, há a necessidade de realizar a conversão dos dados ou das coordenadas a um mesmo sistema (plano ou curvo). Por convenção, é mais comum converter as observações a um sistema plano, assim como, em projetos de engenharia, representados em cartas, plantas ou mapas (GASPAR, 2005).

Conforme a Associação Brasileira de Normas técnicas (1998), o Plano Topográfico Local (PTL) é um sistema de projeção tangente ao elipsoide de referência, com limitação de aproximadamente 50 km, a partir de sua origem. Ultrapassada essa distância, não é possível tratar como projeção plana topográfica, em virtude do erro relativo, uma vez que se desconsidera a curvatura terrestre. Para tratarmos os dados provenientes do PTL, deve-se elevar os dados do levantamento topográfico ao nível médio do terreno, para fins de sua caracterização. A partir daí, aplica-se um fator de elevação das coordenadas plano retangulares de todos os pontos determinados, por meio de cálculos geodésicos e topográficos (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1998).

O sistema de projeção UTM é um sistema cilíndrico, transversal, conforme e secante. Em outras palavras, conservam-se os ângulos, mas se alteram as distâncias. Por outro lado, os paralelos e os meridianos são linhas retas, paralelas entre si. Por ser um sistema secante, o plano de projeção intercepta o plano terrestre em dois pontos. Sendo assim, apresentam-se por duas linhas de secância, em torno do meridiano central (a oeste e a leste), nas quais a deformação linear aumenta, à medida que se afastam

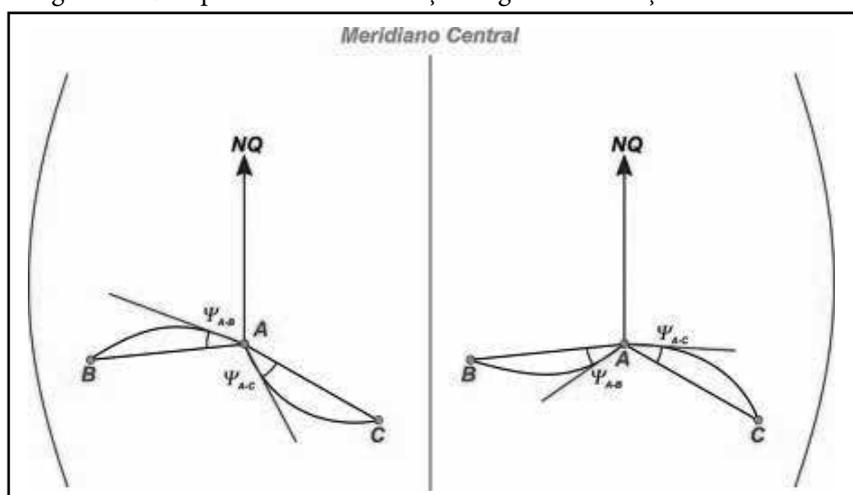
dessas linhas. Nesse caso, na projeção transversal, o coeficiente de deformação linear no meridiano central (K_0) é equivalente a 0,9996 e nula ($K_0=1$) nas linhas de secância (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1998; SILVEIRA, 2017).

É importante ressaltar que todo o levantamento, seja topográfico ou geodésico, consiste em determinar pontos, cujas coordenadas estão associadas a um sistema de referência. Sendo assim, diante dessa associação, surgiu o SIRGAS2000, como sistema de referência geocêntrico, cuja definição é idêntica ao do sistema ITRF 1995 (SÁNCHEZ *et al.*, 2013).

No Brasil, conforme afirma o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2020), adota-se o SIRGAS 2000 (sistema de referência geodésico) e o plano de projeção UTM (sistema de referência cartográfico). As coordenadas SIRGAS estão associadas a uma determinada época de referência, considerando a variação ao longo do tempo, pelo modelo de velocidade contínuo, em razão dos movimentos das placas litosféricas e das deformações na crosta (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2020; SÁNCHEZ *et al.*, 2013; VERMEER, 2018).

Ao executar um levantamento de campo, por meio da topografia, os ângulos medidos estão referenciados a um sistema de referência que se associa ao geóide. Para se trabalhar sob um plano de projeção cartográfica, os ângulos devem ser convertidos da superfície curva para a superfície plana. Assim, por geometria matemática, ocorrerá uma redução do ângulo horizontal determinado em campo. A essa redução denominamos de coeficiente de redução à corda, também denominado redução angular (Ψ) (SILVEIRA, 2017).

Figura 1 - Comportamento da redução angular em relação ao fuso UTM



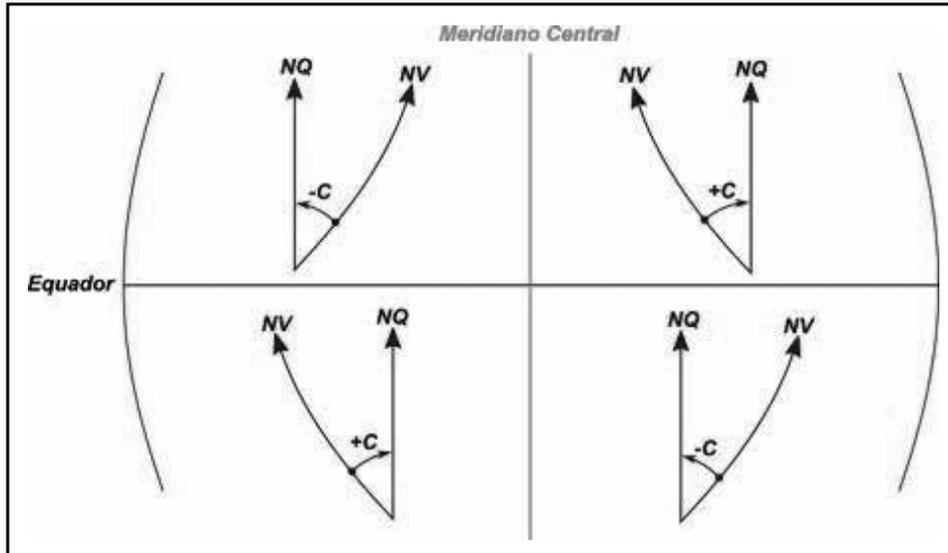
Fonte: Silveira (2017).

Além da redução angular, utiliza-se, também, a convergência meridiana que é o ângulo formado entre o azimute de quadrícula e o azimute geodésico (SILVEIRA, 2017). Para o autor, pode-se determinar tal convergência não apenas por coordenadas planas, representada em um sistema de projeção cartográfica, mas também, por coordenadas geodésicas elipsoidais

(latitude e longitude).

E ainda, em aplicações práticas, associa-se o azimute verdadeiro com o geodésico, sendo coincidentes, quando negligenciada a redução angular. Sendo assim, o sinal da convergência meridiana pode ser positivo ou negativo, dependendo apenas da localização do ponto.

Figura 2 - Comportamento da convergência meridiana em relação ao fuso UTM



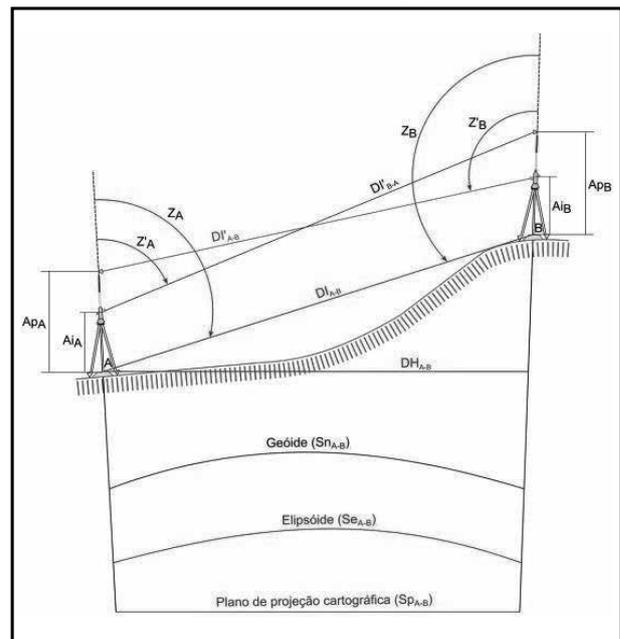
Fonte: Silveira (2017).

3.3.1 Redução da distância ao plano

As observações determinadas em campo, sobre a superfície terrestre, podem ser projetadas ao plano de projeção cartográfica. Para isso, tais observações (ângulos e distâncias) devem ser somadas às reduções angulares, às convergências meridianas, e à distância multiplicada pelo fator de deformação linear (K). Conversões essas que influenciam tanto na determinação do azimute quanto na distância (SILVEIRA, 2017). Seguindo tal raciocínio, a distância medida em campo é obtida do centro de um medidor eletrônico de distância até um equipamento refletor dos feixes de laser, normalmente associado a um prisma.

Onde, dadas as distâncias inclinadas (DI) e os ângulos verticais (Z_A), calculam-se os ângulos zenitais (Z_A), projetados ao solo, bem como a distância horizontal (DH), a distância sobre o geóide ($S_{n_{A-B}}$), a distância elipsoidal ($S_{e_{A-B}}$) e a distância plana ($S_{p_{A-B}}$). Lembrando que, a DH deve ser reduzida ao nível do solo, ao subtrair a altura do instrumento (A_i) e altura do prisma (A_p).

Figura 3 - Observações e superfícies de referência em um levantamento topográfico



Fonte: Silveira (2017).

3.4 Teoria dos erros

Todas as observações diretas e indiretas de campo estão sujeitas a erros, portanto, dependendo da finalidade do levantamento, é necessário controlá-los (JOHNSON, 2014). Conforme Corrêa (2010), procurar eliminar algumas das origens dos erros, de modo a reduzir os valores dos resíduos, torna-se necessário para calcular o valor mais provável da grandeza observada, porém, não é possível eliminar essas discrepâncias por completo. Dessa forma, Johnson (2014) e Veiga, Zanetti e Faggion (2012), classificam os erros em: grosseiros, sistemáticos e aleatórios.

Seguindo o raciocínio de Johnson (2014), os erros grosseiros estão geralmente atribuídos a um descuido ou erro do operador. Para esses casos, cabe ao operador cercar-se de cuidados para evitar que eles ocorram e detectar sua ocorrência, tais como erro de leitura ou anotação equivocada.

Os erros sistemáticos são cumulativos, normalmente presentes no equipamento ou atribuídos ao hábito do operador. Tais erros podem ser minimizados, através da aferição do equipamento ou por fórmulas matemáticas específicas. São exemplos de erro sistemático o efeito da temperatura e pressão no medidor eletrônico de distâncias e correção do efeito da dilatação de uma trena, em função da temperatura local (JOHNSON, 2014; VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

Os erros aleatórios são aqueles que permanecem, mesmo depois de minimizados os grosseiros e os sistemáticos. Nesse caso, não seguem nenhuma lei, nem sentido, tendendo a se neutralizar, quando a quantidade de observações (visadas) é acumulada, aproximando-se a uma distribuição normal (GEMAEL, 1994). Do contrário, com poucas visadas, o observador não tem condições de minimizá-los (JOHNSON, 2014; VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

Nesse cenário, o estudo da teoria dos erros tem como objetivo a determinação de um método seguro e conveniente, de modo a estabelecer o valor mais aceitável de uma grandeza observada, isso porque é impossível tornar as observações isentas de erros (CORRÊA, 2010).

3.5 Precisão e acurácia

A acurácia é o grau de proximidade de uma estimativa ao seu parâmetro, enquanto precisão é o grau de proximidade de uma estimativa à sua média (MIKHAIL, 1976).

Acurácia e precisão são definidas por Ghilani (2010). A acurácia está associada à proximidade

absoluta de uma quantidade de observações, em relação ao seu valor verdadeiro. Esse valor nem sempre pode ser conhecido. Já, a precisão é definida pelo grau de consistência entre as observações, tendo por base os tamanhos da discrepância de um conjunto de dados (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994; GRIPP JR., 1998), e mais, o grau de precisão alcançável depende da estabilidade do ambiente, durante o tempo de medição, da qualidade do equipamento, da habilidade e metodologia empregadas pelo observador.

Para Veiga, Zanetti e Faggion (2012) a acurácia expressa o grau de aderência das observações relacionadas ao seu valor verdadeiro, estando sujeita aos erros aleatórios e sistemáticos. Em outras palavras, a precisão está ligada à repetitividade de medidas sucessivas realizada em condições semelhantes, estando vinculada somente a efeitos aleatórios.

3.6 Ajustamento de observações

O ajustamento tem por finalidade gerar soluções, através de observações e modelagens matemáticas apropriadas para cada caso. Ao realizar um levantamento de campo, o operador que for obter medidas, utilizará repetições na medida das grandezas de interesse. Assim, ele terá uma melhor qualidade das suas grandezas e, conseqüentemente, melhor precisão e acurácia de seus dados (GRIPP JR., 1998).

Para Vermeer (2018), as medidas estão sujeitas a erros, não apenas na geodésia, mas também na ciência em geral. Portanto, faz-se necessário coletar mais dados do que o mínimo estipulado, de modo a trabalhar com incertezas e redundâncias.

3.6.1 Método dos mínimos quadrados (MMQ), ajustamento paramétrico e correlatos

O MMQ é definido pela metodologia tornar mínima a soma dos quadrados do resíduo. Consiste, portanto, em obter valores verdadeiros de uma determinada grandeza, através de uma estimativa confiável. O método paramétrico consiste em aplicar o MMQ, ao tratar os dados obtidos como parâmetros. Por outro lado, o método dos correlatos não envolve parâmetros, mas todas as observações obtidas. Suas modelagens matemáticas variam, uma vez que o paramétrico atribui os dados obtidos como parâmetros e, o correlato, por meio de equações de condição, dada por circuitos fechados (GEMAEL, 1994; GRIPP JR., 1998).

4 Materiais e métodos

No presente trabalho, utilizou-se a estação total Nikon NPL 632, prismas refletivos Nikon e receptores GNSS Astech Pro Mark 500 de dupla frequência L1/L2, com precisão de $\pm (3\text{mm} + 1\text{ppm})$. Para levantamento topográfico, utilizou-se prancheta de madeira, caneta e folha sulfite A4.

Além dos materiais supracitados, foram utilizados marcos geodésicos de centragem forçada, os quais estão implantados na Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), *campus* Itaqui e foram utilizados na rede de aferição deste trabalho. No levantamento geodésico sobre esses marcos, utilizou-se o aplicativo PPP e *GNSS Solutions* para determinação das suas coordenadas.

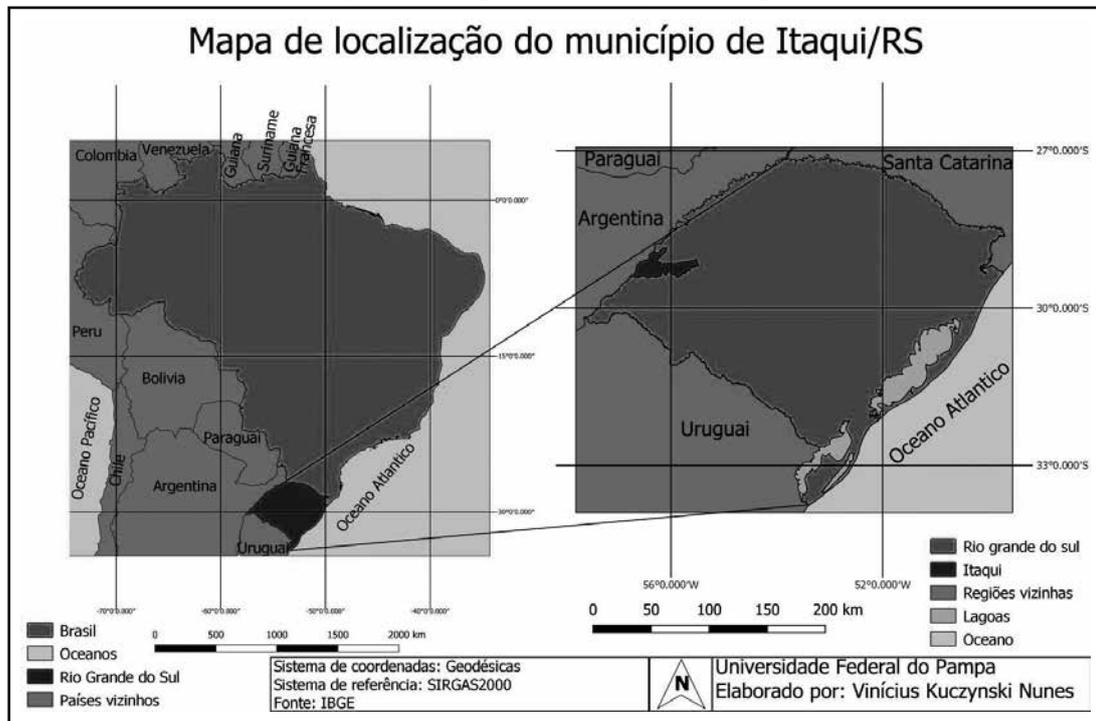
Na sequência, elaborou-se uma planilha digital, a fim de registrar e simplificar o cálculo dos dados indiretos, mediante o *software* da Microsoft Office Excel. Dessa forma, facilitou-se a definição geométrica da rede. Devido à necessidade de efetuar os cálculos matriciais presentes nos ajustamentos de observações, utilizou-se o *software* da GNU Octave.

4.1 Área de estudo

O presente estudo foi realizado na área experimental da Universidade Federal do Pampa. Dentro dessa área experimental, estão disponibilizados seis marcos de centragem forçada, sendo intervisíveis entre si.

O município de Itaqui, por sua vez, está localizado na região oeste do Rio Grande do Sul, fazendo fronteira com a Argentina.

Figura 4 - Mapa de localização de Itaqui



Fonte: Os autores (2020).

4.2 Metodologia utilizada em campo

Antes da execução prática do levantamento topográfico e geodésico, foi necessário realizar uma visita *in loco*, a fim de verificar as condições físicas dos marcos geodésicos e suas intervisibilidades.

Após o reconhecimento da área, realizou-se um estudo e um planejamento prévio para a seleção da metodologia e equipamentos necessários. Para isso, determinou-se, como diretriz, a norma da NBR

13.133 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994) que trata sobre a execução de levantamentos topográficos e instruções para homologação de estações estabelecidas por outras instituições (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2018). Mediante a NBR 13.133, a estação total foi classificada como classe média, e o levantamento topográfico foi classificado como III PA.

Posteriormente, para o levantamento geodésico,

todos os marcos que compõem a rede de aferição foram rastreados em quatro sessões, com tempo mínimo de ocupação de seis horas. Esse tempo foi determinado como mínimo, já que é um período em que o

erro é dissipado, ou seja, há maior precisão planimétrica e altimétrica para duas frequências, conforme apresentado no quadro 1 (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2020).

Quadro 1 - Precisão esperada para um posicionamento absoluto no PPP

Tipo de receptor	Uma frequência		Duas frequências	
	Planimétrico (m)	Altimétrico (m)	Planimétrico (m)	Altimétrico (m)
Após 1 hora	0,700	0,600	0,040	0,040
Após 2 horas	0,330	0,330	0,017	0,018
Após 4 horas	0,170	0,220	0,009	0,010
Após 6 horas	0,120	0,180	0,005	0,008

Fonte: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2020).

Para o levantamento topográfico, foram feitas leituras entre todos os marcos geodésicos de centragem forçada presentes na área de estudo. Por meio da estação total, três pares de leituras recíprocas (PD/PI) eram realizadas, visando minimizar o erro de verticalidade do instrumento.

4.3 Planilhas Excel

Planilhas eletrônicas de cálculos no *software* da Microsoft Office Excel foram utilizadas para tabular digitalmente todas as observações, obtidas por levantamento topográfico: ângulos e distâncias horizontais. Por meio dessas tabelas, calcularam-se as médias das observações em três sessões de leitura direta e indireta no método das direções, cujos dados foram inseridos manualmente.

Além das observações de campo, foram informadas as coordenadas pós-processadas no aplicativo PPP, bem como calculadas as médias e o desvio padrão das coordenadas UTM, para cada marco de centragem forçada. Desse modo, buscou-se automatizar as planilhas, para determinação das médias das observações, conseqüentemente, a determinação de ângulos e azimutes.

4.4 Rede de Aferição

Para implantar a rede de aferição deste trabalho, foram necessários: um marco com coordenadas conhecidas e um azimute de partida. O critério utilizado foi analisar o desvio médio absoluto das coordenadas, pós-processadas pelo PPP. Quanto menor for esse desvio, mais precisas serão as leituras obtidas. Sendo assim, o denominado marco E4 foi determinado como parâmetro de coordenadas conhecidas e E6, o marco para o cálculo do azimute de partida,

conforme apresenta o quadro 2, através das coordenadas pós-processadas pelo PPP.

Quadro 2 - Desvio padrão médio absoluto dos rastreios

Marco	σN (m)	σE (m)	σ (m)
E1	0,002	0,011	0,011
E2	0,005	0,006	0,008
E3	0,009	0,009	0,012
E4	0,004	0,003	0,005
E5	0,006	0,010	0,012
E6	0,002	0,006	0,006

Fonte: Os autores (2020).

A seguir, temos a figura 5 que apresenta as leituras realizadas na elaboração da rede de aferição.

Com o propósito de efetuar o transporte de coordenadas na projeção UTM, foi necessário converter as distâncias e ângulos horizontais, obtidos no PTL, mediante os cálculos da redução angular, convergência meridiana e redução das distâncias.

Após as distâncias e os ângulos horizontais serem calculados na projeção UTM, determinou-se as variações dos pares de coordenadas Norte e Este, conforme as equações abaixo (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

$$\Delta N_{\text{Estação - pv}} = DH_{\text{Estação - pv}} \cdot \cos(AH_{R\acute{e}-pv}) \quad (1)$$

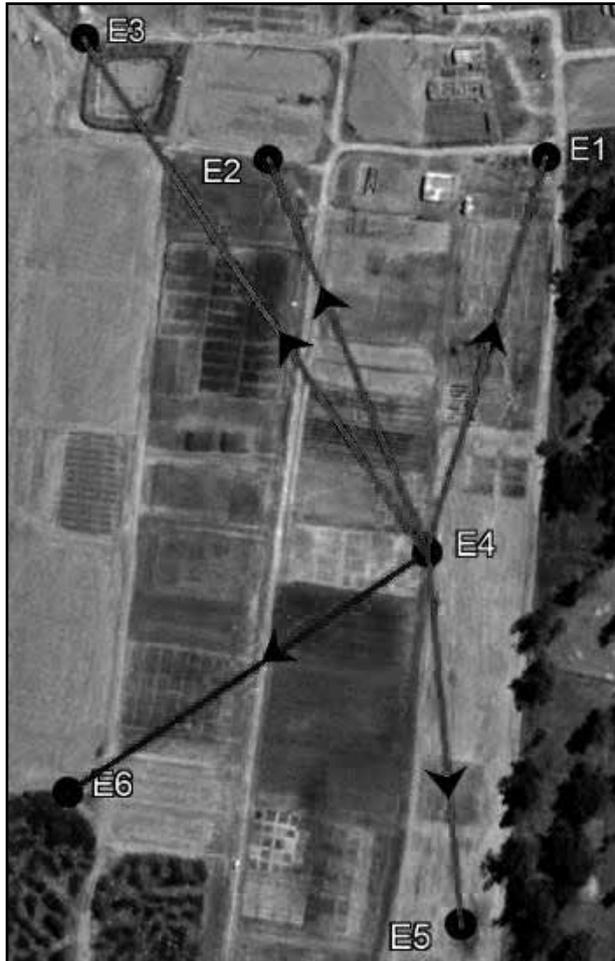
$$\Delta E_{\text{Estação - pv}} = DH_{\text{Estação - pv}} \cdot \sin(AH_{R\acute{e}-pv}) \quad (2)$$

Na seqüência, é possível determinar as coordenadas do ponto visado pelas seguintes equações:

$$N_{pv} = N_{\text{Estação}} + \Delta N_{\text{Estação - pv}} \quad (3)$$

$$E_{pv} = E_{\text{Estação}} + \Delta E_{\text{Estação - pv}} \quad (4)$$

Figura 5 - Leituras realizadas para elaboração da rede de aferição



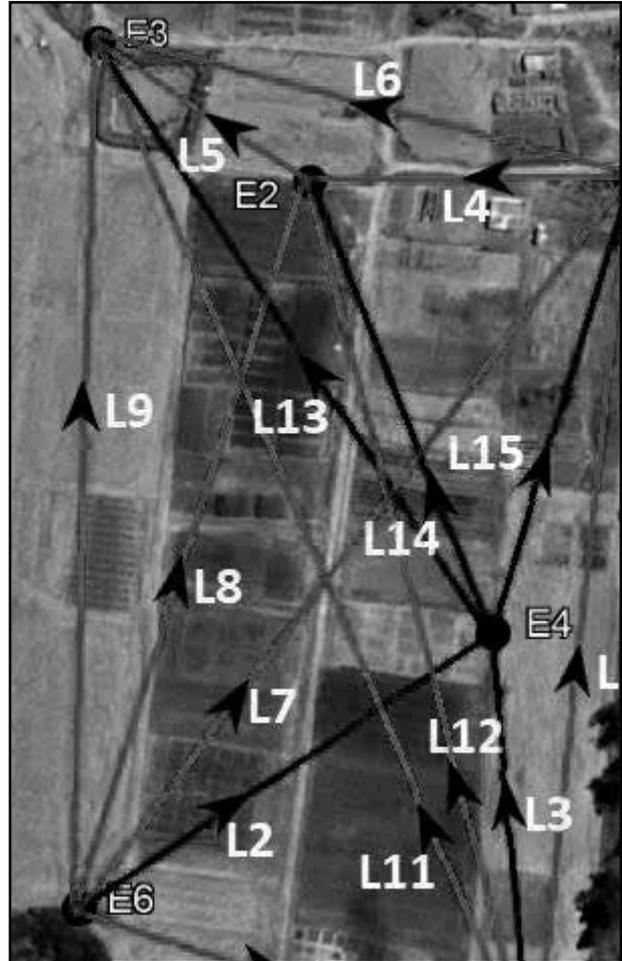
Fonte: Adaptado de Google Earth (2020).

4.5 Ajustamento pelo método paramétrico

Nos estudos de Oliveira (2018), é definido que parâmetros são observações indiretas, cujas grandezas não são obtidas diretamente no ajustamento de observações. Em outras palavras, os parâmetros devem ser calculados em função de grandezas medidas diretamente.

No que se refere ao cálculo matricial do método paramétrico, seguindo a ideia de Oliveira (2018), elaborou-se a matriz dos coeficientes (A); vetor das variáveis aproximadas (X_0); vetor das leituras aproximadas (L_0); vetor das leituras brutas (L_b); vetor das observações (subtração de L_b com L_0) e a matriz peso (P). Desse modo, foi possível determinar o vetor das variáveis (X). Esse, adicionado ao vetor X_0 (variáveis aproximadas), resulta nos vetores dos parâmetros ajustados (X_a). A figura 6 representa as observações utilizadas para o método paramétrico.

Figura 6 - Observações e parâmetros desconhecidos no ajustamento por correlatos



Fonte: Adaptado de Google Earth (2020).

A elaboração das equações de condição levou em consideração o único parâmetro conhecido, sendo esse o par de coordenadas do marco geodésico E4, na projeção UTM (critério estabelecido para implantação da rede de aferição). Por outro lado, os parâmetros desconhecidos foram E1, E2, E3, E5 e E6. Embora o marco E6 tenha sido usado como ponto de referência para determinação do azimute preliminar, ele deve ser ajustado. Portanto, temos assim: 15 observações e 5 parâmetros desconhecidos.

Dessa forma, a matriz A contém 15 linhas e 5 colunas, já que, como dito anteriormente, são 15 observações e 5 parâmetros desconhecidos. Nesse sentido, cada linha representa uma observação e cada coluna um parâmetro.

Nessa perspectiva, a matriz dos coeficientes (A) tem valores binários, com valores de 0 ou 1. Sendo assim, cada observação envolveu dois marcos

geodésicos e, para cada marco correspondente, era atribuído o valor 1; já os marcos que não participavam dessa interação, recebiam o valor 0.

Em seguida, foram elaborados dois vetores das variáveis aproximadas, uma para a coordenada Norte e outra para Este. O vetor (L_o) tem 5 linhas (número de parâmetros desconhecidos) e uma coluna (coordenada Norte ou Este). Os valores do vetor são referentes aos dados pós-processados pelo PPP.

Semelhante ao vetor das variáveis aproximadas (L_o), o vetor das leituras aproximadas (X_o) foi desmembrado em dois vetores, visto que eram duas coordenadas a serem ajustadas (Norte e Este); porém, nesse caso, apresentou-se 15 linhas (quantidade de observações). Os valores do vetor X_o são referentes à variação das coordenadas Norte (ΔN) e Este (ΔE) pós-processadas por PPP.

O vetor das leituras brutas (L_b) tem a mesma estrutura que o vetor das leituras aproximadas (X_o), ou seja, desmembrado em 2 vetores de 15 linhas. Os valores de L_b (levantamento topográfico) e X_o (pós-processamento PPP) são próximos, de modo que a subtração de ambos vetores gera o vetor das observações (L), cujos valores variam de centímetros a milímetros.

A matriz peso (P) é uma matriz quadrada com identidade de 15 linhas e 15 colunas, com valores centrais que são o inverso da distância de cada observação correspondente.

4.6 Ajustamento pelo método dos correlatos

O ajustamento por meio das equações de condição ou método dos correlatos envolve apenas observações em seu modelo matemático, diferente do ajustamento paramétrico que considera parâmetros também. O método das equações de condição tem como característica intrínseca a realização de fechamento de circuitos. Em aplicações práticas, associa-se esses circuitos a triangulações ou poligonais fechadas (GEMAEL, 1994; GRIPP JR., 1998; OLIVEIRA, 2018).

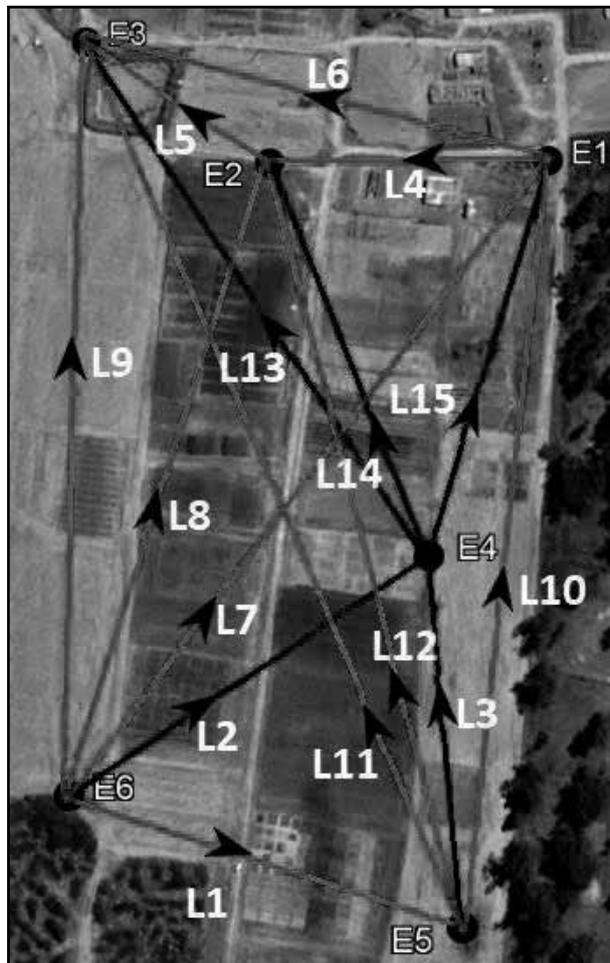
Seguindo o raciocínio de Gemael (1994) e Gripp Jr. (1998), a fórmula para determinar a quantidade de equações de condição (r) depende do número de observações (o) e do número de parâmetros desconhecidos (u), conforme equação 5

$$r = o - u \quad (5)$$

As observações e os parâmetros desconhecidos são os mesmos aplicados no modelo paramétrico. Dessa forma, temos 15 observações e 5 parâmetros

desconhecidos (vale lembrar que E_4 é parâmetro conhecido), resultando em 10 equações de condição. A figura abaixo representa as observações e os parâmetros desconhecidos.

Figura 7 - Observações e parâmetros desconhecidos no ajustamento por correlatos



Fonte: Adaptado de Google Earth (2020).

Na elaboração das equações de condição, considerou-se todos os parâmetros para o fechamento dos circuitos, de maneira a envolver maior quantidade de observações. Nesse sentido, o quadro 3 representa as sequências desses circuitos, a fim de melhor organizar as equações de condição do método combinado.

A matriz B apresenta 10 linhas e 15 colunas. Sua dimensão é referente às equações de observação (linhas) e ao número de observações (colunas). Dentro dessa matriz, apresentam-se valores inteiros: 0 (leitura não faz parte da equação) e 1 (positivo ou negativo, dependendo do sentido da leitura, em relação ao fechamento do circuito).

Quadro 3 - Circuitos e equações montadas para aplicação do método dos correlatos

Circuito	Equações de condição
E1 - E2 - E3 - E4 - E5 - E6	$L4 + L5 - L13 - L3 - L1 + L7 = 0$
E1 - E3 - E2 - E4 - E5 - E6	$L6 - L5 - L14 - L3 - L1 + L7 = 0$
E1 - E4 - E6 - E2 - E5 - E3	$- L15 - L2 + L8 - L12 + L11 - L6 = 0$
E1 - E5 - E3 - E6 - E2 - E4	$- L10 + L11 - L9 + L8 - L14 + L15 = 0$
E1 - E6 - E2 - E4 - E3 - E5	$- L7 + L8 - L14 + L13 - L11 + L10 = 0$
E1 - E3 - E6 - E5 - E4 - E2	$L6 - L9 + L1 + L3 + L14 - L4 = 0$
E1 - E6 - E4 - E3 - E2 - E5	$- L7 + L2 + L13 - L5 - L12 + L10 = 0$
E1 - E3 - E6 - E2 - E5 - E4	$L6 - L9 + L8 - L12 + L3 + L15 = 0$
E6 - E4 - E1 - E2 - E5 - E3	$L2 + L15 + L4 - L12 + L11 - L9 = 0$
E4 - E3 - E2 - E1 - E5 - E6	$L13 - L5 - L4 - L10 - L1 + L2 = 0$

Fonte: Os autores (2020).

O vetor W é o erro de fechamento do circuito, para cada equação correspondente, logo contém 10 linhas. Como é um par de coordenadas, em questão, a serem ajustadas, foi desmembrado dois vetores: um para variação na coordenada Norte, outro para Este.

A matriz peso (P) é uma matriz quadrada identidade de 15 linhas e 15 colunas. Ela se refere ao número de observações e seus valores centrais são as distâncias dessas observações.

5 Resultados e discussões

A planilha eletrônica do Excel, após a inserção dos dados de entrada, oriundos do levantamento topográfico e geodésico, permitiu obter a distância reduzida (originalmente do PTL) na projeção UTM e a convergência meridiana. Para isso, utilizaram-se as coordenadas geodésicas pós-processadas pelo PPP (latitude e longitude); bem como, os parâmetros do elipsoide GRS80, a fim de calcular: grande normal (N), raio da seção meridiana (M), raio médio (R_m) e fatores de escala K e K_r . Como decorrência, surgiu o resultado da distância plana UTM.

Os dados do levantamento geodésico, pós-processado pelo PPP, apresentaram pouca variação entre si. Por ser um serviço disponibilizado e processado pelo IBGE, um dos relatórios do marco E6 não pode ser gerado, devido a alterações do arquivo *rinex*, após reinício do sistema *GPS*, ocorrida na data de 06 de abril de 2021, em cuja data finalizou o ciclo de 1024 semanas do sistema.

Numa tentativa de comparação, o processamento relativo, utilizando um marco homologado pelo IBGE, com coordenadas conhecidas, apresentou variações muito discrepantes, com desvio padrão em torno de 0,5m por ponto. Sendo assim, optou-se por

não apresentar tais registros, porque não se mostrou aplicável para este estudo.

O cálculo dos desvios padrões médios das coordenadas planas (quadro 1) determinou os pontos de saída para realizar o transporte de coordenadas, através da verificação das suas respectivas acurácias. Pelos resultados do quadro 2, os marcos geodésicos E4 e E6 apresentaram menor desvio padrão. Logo, E4 foi definido como estação (parâmetro conhecido) e E6, como ponto de ré (parâmetro desconhecido), cuja finalidade foi determinar o azimute preliminar. Posteriormente, elaborou-se o modelo geométrico da rede de aferição, por transporte de coordenadas na projeção UTM.

A partir das observações brutas de campo (sem ajustamento), as coordenadas transportadas na rede de ajustamento tiveram variações mais discrepantes (σ). Tais erros variaram entre 2 a 4,4 centímetros, quando comparadas às coordenadas oriundas do rastreo geodésico. Em razão disso, pode-se afirmar que os erros foram elevados, necessitando ajustes, para que esses dados fossem aceitáveis.

Percebe-se, conforme a tabela 1, que os resíduos, por coordenadas ($N_{Residual}$ e $E_{Residual}$), apresentaram variação de milímetros a centímetros, podendo ser considerados pequenos, quando comparados às coordenadas pós-processadas pelo PPP. Porém, o erro (σ), quando analisado, variou próximo a meio metro (E3 e E5). Esses valores são atribuídos à precisão na determinação do ponto. Já o marco E6 apresentou um erro menor, isso porque ele foi referência (ré) para a determinação do azimute preliminar. A sequência de maior precisão se deu pelos marcos: E6, E1, E2, E5 e E3.

Na sequência, aplicou-se o método paramétrico, os resultados estão apresentados na tabela 2.

Tabela 1 - Diferenças das coordenadas obtidas, por meio do transporte, sem ajustamento

Marco	N _{Rede} (m)	E _{Rede} (m)	N _{Residual} (m)	E _{Residual} (m)	σ (m)
E1	6774595,235	543467,986	0,023	-0,004	0,023
E2	6774595,428	543352,482	0,020	-0,020	0,028
E3	6774648,197	543272,642	0,013	-0,041	0,044
E5	6774234,735	543413,544	-0,040	-0,012	0,042
E6	6774315,982	543256,743	-0,010	-0,019	0,021

Fonte: Os autores (2020).

Tabela 2 - Resultado das coordenadas, obtidas pelo método paramétrico

Marco	N _{Paramétrico} (m)	E _{Paramétrico} (m)	N _{Residual} (m)	E _{Residual} (m)	σ (m)
E1	6774595,211	543467,994	0,002	-0,004	0,005
E2	6774595,409	543352,510	-0,001	-0,007	0,007
E3	6774648,182	543272,714	0,004	-0,027	0,028
E5	6774234,772	543413,557	0,003	-0,001	0,003
E6	6774315,993	543256,761	0,001	0,000	0,001

Fonte: Os autores (2020).

A tabela 2 apresenta os resíduos para as coordenadas Norte e Este. Tais valores são a diferença entre as coordenadas do ajustamento paramétrico com as pós-processadas pelo PPP. Através desses resíduos, calculou-se o erro (σ), sendo o cálculo *Root Mean Square Error* (RMSE),

também denominado desvio-médio quadrático dos resíduos N e E. Percebeu-se, portanto, que tais valores da tabela 2 foram inferiores aos erros, sem ajustamento.

Outro método de ajustamento de observação é o método dos correlatos, apresentados na tabela 3.

Tabela 3 - Resultado das coordenadas, obtidas pelo método dos correlatos

Marco	N _{Correlatos} (m)	E _{Correlatos} (m)	N _{Residual} (m)	E _{Residual} (m)	σ (m)
E1	6774595,219	543467,982	-0,006	0,008	0,010
E2	6774595,414	543352,488	-0,006	0,015	0,016
E3	6774648,189	543272,665	-0,004	0,021	0,022
E5	6774234,774	543413,544	0,001	0,013	0,013
E6	6774315,984	543256,731	0,010	0,030	0,032

Fonte: Os autores (2020).

No método dos correlatos, os resíduos obtidos para as coordenadas na projeção UTM (N e E) foram inferiores, quando comparadas ao transporte de coordenadas sem ajustamento e, superior, quando comparadas à aplicação do método paramétrico. Ainda assim, os erros apresentados, tanto no método paramétrico, quanto nos correlatos, são aplicados a diversas finalidades, tais como: topografia mineira, cadastramento urbano e rural (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994; BRASIL, 1986; INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA, 2013).

No que se refere ao cadastramento rural, o Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (2013) define o erro tolerável como 0,5 m por vértice; já, no cadastramento urbano, o erro tolerável é de 0,1 m na distância entre dois vértices, portanto, é possível a tolerância de 0,05 m por vértice.

6 Considerações finais

A aplicabilidade da rede de aferição vai desde a aferição de equipamentos topográficos para retificação até o monitoramento de minas, barragens, aterros

sanitários, cadastramento urbano e rural. Nessa perspectiva, precisão e acurácia estão diretamente relacionadas aos erros sistemáticos dos equipamentos utilizados. Tais erros podem ser ampliados, devido ao trabalho contínuo e exposição à intempéries.

Sendo assim, a presente pesquisa cumpriu com o seu propósito relacionado à implantação da rede de aferição no *campus* da UNIPAMPA (Itaqui), a fim de servir como base para retificação de equipamentos topográficos e geodésicos. Esses resultados não foram alcançados, devido à precisão nominal dos equipamentos e a não aferição do equipamento utilizado.

A partir da análise dos dados, oriundos do levantamento geodésico pelos receptores GNSS, houve pouca discrepância entre si, devido ao longo tempo de ocupação do marco (seis horas), conforme orienta o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2020). Portanto, é possível afirmar que esses dados são precisos.

O levantamento topográfico, por sua vez, está sujeito a erros grosseiros, sistemáticos e aleatórios, visto que envolve o manuseio e conhecimento do operador nos momentos das leituras. Também é necessário informar dados de temperatura e pressão para determinação de distâncias na estação total. Assim, informamos o comportamento da propagação do laser no meio físico, resultando em dados mais precisos para a distância. Com base nos dados desse levantamento, não houve discrepâncias que pudessem ser caracterizadas como anormais.

O processo de cálculos das observações no PTL para o plano UTM fez uso do cálculo da redução angular, convergência meridiana e redução das distâncias. Dentro desse cenário, o processo de cálculos foi executado de maneira cautelosa, a fim de evitar acúmulos de erros matemáticos.

Quanto aos métodos de ajustamento, conclui-se que o método paramétrico (tabela 1) apresenta seu resíduo inferior aos pares de coordenadas, ou seja, um erro menor em seus vértices, se comparado às coordenadas pós-processadas por PPP. Por outro lado, o método por correlatos apresenta um meio termo entre o transporte de coordenadas, sem ajustamento e com o ajustamento dos parâmetros, mas com valores aceitáveis, uma vez que o resíduo maior variou, aproximadamente três centímetros (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994), destacando-se a importância do MMQ no ajustamento de conjuntos de dados.

Para trabalhos futuros, espera-se que essa rede de aferição implantada sirva para verificação da

manutenção ou não de equipamentos topográficos e geodésicos, mediante a apresentação dos parâmetros deste trabalho, tais como: pares de coordenadas UTM, ângulos e distâncias. Além disso, sugere-se que tais parâmetros tenham utilidade para fins didáticos nas disciplinas do curso de Agronomia e Engenharia Cartográfica e de Agrimensura.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13.133**: execução de levantamento topográfico. São Paulo, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14.166**: rede de referência cadastral municipal: procedimento. São Paulo, 1998.

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. **Normas técnicas de topografia mineira**. Brasília: Departamento Nacional da Produção Mineral, 1986.

CANADA. Natural Resources Canada. GPS positioning guide: a user's guide to the Global Positioning System. Ottawa, 1995.

CASACA, J. M.; MATOS, J. L.; DIAS, J. M. B. **Topografia geral**. 4. ed. Lisboa: Lidel, 2000. 390 p.

CORRÊA, I. C. S. **Topografia aplicada à engenharia civil**. 12. ed. Porto Alegre: Departamento de Geodésia, 2010.

DOUBECK, A. *Topografia*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1989.

ESPARTEL, L. **Curso de topografia**. 9. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1987.

GASPAR, J. A. **Cartas e projeções cartográficas**. 3. ed. Lisboa: Lidel, 2005.

GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Editora da UFPR, 1999. v. 304.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Editora UFPR, 1994.

GHILANI, C. D. **Adjustment computations: spatial data analysis**. 5th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.

GOOGLE EARTH. [Imagens da área de estudo: 29°09'18"S 56°33'28"W]. 2020. Disponível em: <https://earth.google.com/web/@-29.15775282,-56.55441866,68.77062376a,681>.

77636293d,35y,9.06031328h,0t,0r. Acesso em: 20 out. 2020.

GRIPP JR., J. **Ajustamento de observações**: notas de aula. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura, 1998.

HELMERT, F. R. **Die Mathematischen und physikalischen theorieen der Höheren geodäsie**. Leipzig: B. G. Teubner Verlag, 1880.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Especificações e normas para levantamentos geodésicos associados ao Sistema Geodésico Brasileiro**. 2017. Disponível em: https://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/normas/normas_levantamentos_geodesicos.pdf. Acesso em: 8 abr. 2019.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Instruções para homologação de estações estabelecidas por outras instituições**. 2018. Disponível em: https://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/outros_documentos_tecnicos/homologacao_marcos/homologacao_de_marcos.pdf. Acesso em: 8 abr. 2019.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Serviço online para pós-processamento de dados GNSS - IBGE-PPP**. 2020. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/servicos-para-posicionamento-geodesico/16334-servico-online-para-pos-processamento-de-dados-GNSS-ibge-ppp.html?=&t=o-que-e>. Acesso em: 2 jul. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA. **Manual técnico de posicionamento: georreferenciamento de imóveis rurais**. Brasília, 2013.

JOHNSON, A. **Plane and geodetic surveying**. Boca Raton: CRC, 2014. 243 p.

MIKHAIL, E. M. **Observations and east squares**. New York: IEP, 1976.

OLIVEIRA, M. J. **Introdução ao ajustamento de observações**: notas de aula: ajustamento de observações. Itaquí: Universidade Federal do Pampa, 2018.

SÁNCHEZ, L. *et al.* Long-term stability of the SIRGAS reference frame and episodic station movements caused by the seismic activity in the SIRGAS region. In: ALTAMIMI, Z.; COLLILIEUX, X. (Ed.). **Reference frames for applications in geosciences**: procedings of the Symposium in Marne-la-Vallée, 4-8 October, 2010. Calgari: Springer, 2013. p. 153-161. DOI: 10.1007/978-3-642-32998-2_24.

SEEBER, G. **Satellite geodesy**. 2th ed. Berlin: Walter de Gruyter, 2003.

SILVEIRA, L. N. **Geodésia geométrica**: notas de aula. Itaquí: Universidade Federal do Pampa, 2018.

SILVEIRA, L. N. **Os sistemas UTM, RTM, LTM, Gauss-Krüger e Plano Topográfico Local: Cartografia II**: notas de aula. Itaquí: Universidade Federal do Pampa, 2017.

TORGE, W. **Geodesy**. 3th ed. Berlin: Walter de Gruyter, 2012.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. **Fundamentos de topografia**: engenharia cartográfica e de agrimensura. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2012.

VERMEER, M. **Geodesy**. Helsinki: Aalto University, 2018.